Correzione della verifica sulle derivate fino ai teoremi sul calcolo differenziale

1. ***determina i punti*** di max e min per la funzione $y = \frac{e^x}{1-x}$ $\quad y = \ln x^2 - 3x^2$ nel dominio

per determinare max o min di una funzione bisogna:
- determinare il dominio
- determinare la derivata prima (controllare che i CE coincidano)
- studiare il segno della derivata prima per stabilire se è max o min
- ricordarsi di eliminare i valori esclusi dal CE

2. ***determina i punti*** di flesso per la funzione $y = x^2 - x\ln x$ $\quad y = e^{\frac{x-1}{x}}$ nel dominio

per determinare flessi di una funzione bisogna:
- determinare il dominio
- determinare la derivata prima e la seconda (controllare che i CE coincidano)
- studiare il segno della derivata seconda
- ricordarsi di eliminare i valori esclusi dal CE

3. ***stabilisci per quali valori dei parametri*** la funzione è continua e derivabile

$$f(x)=\begin{cases} ax+b & per\ x \le 0 \\ \frac{e^x-1}{x} & \text{per } x>0 \end{cases} \qquad g(x)=\begin{cases} \frac{ax^2-1}{x+b} & per\ x \le 1 \\ \ln x + 1 & per\ x>1 \end{cases}$$

le funzioni elementari sono continue nel loro dominio e derivabili quindi quelle qui rappresentate sono continue nel loro dominio e derivabili. Eventuali problemi di continuità o derivabilità si possono avere in corrispondenza al valore di "attacco delle due funzioni" e in questi vado a verificare che: il limite destro e sinistro delle funzioni siano uguali e che lo stesso accada fra le derivate in 0.
Ponendo l'uguaglianza $f(x_0) = \lim_{x\to x_0} f(x)$ e $f'(x_0) = \lim_{x\to x_0} f'(x)$ si ottengono due uguaglianze che, messe a sistema, mi risolvono il problema.

4. ***Stabilisci se la funzione soddisfa il teorema di Rolle*** nell'intervallo a fianco indicato e, in tal caso si trovi il valore di c assicurato dal teorema $y = e^x \sin x$ in [π,2π]

Devo verificare che le funzioni soddisfino alle ipotesi: f continua nell'intervallo chiuso, derivabile nell'intervallo aperto e assume valori uguali negli estremi. La funzione esiste sempre quindi è sempre continua, è derivabile per ogni x e negli estremi dell'intervallo vale 0. Quindi per il teorema deve esistere almeno un c interno all'intervallo tale che f'(c)=0. Questo valore lo trovo annullando la derivata prima. Lo accetto se interno all'intervallo.

5. ***Calcola a e b affinché*** $y = ax^3 + bx^2 + x + 1$ abbia un massimo in (-1,1) oppure affinchè $f(x) = a\ln^2 x + b\ln x$ abbia un minimo nel punto $\left(\sqrt{e};-1/4\right)$;

avere un massimo o un minimo significa sostanzialmente che $M(x_M;y_M) \in$ grafico cioè $f(x_M)=y_M$ e la derivata prima si annulla in x_M cioè $f'(x_M)=0$. Mettendo a sistema queste due condizioni risolvo il problema individuando i parametri richiesti.

6. ***Studia il grafico di una funzione*** $y = \left(x^2-1\right)\cdot e^{-x}$ $\qquad y = xe^{-\frac{x^2}{2}}$

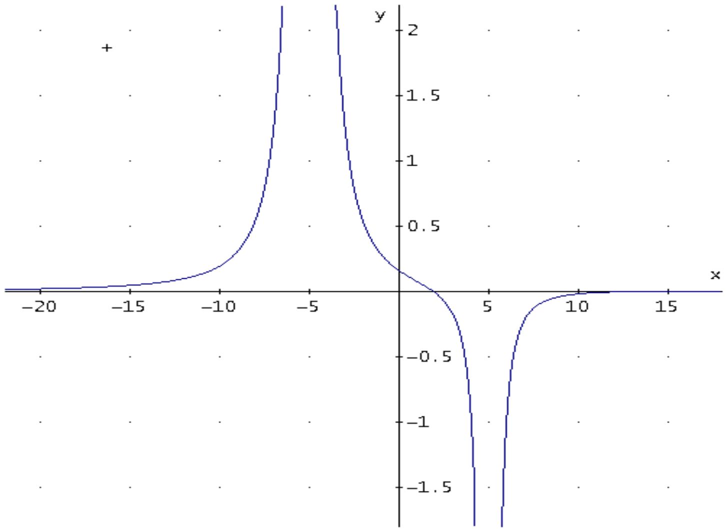
Si veda per questo lo schema di studio di funzione

7. ***Se possibile applica l'Hospital per calcolare i limiti*** $\lim_{x\to+\infty} \frac{4x^3}{3e^x}$ $\quad \boxed{\lim_{x\to-\infty} \frac{\sin 2x}{e^x - 1} =}$ $\quad \lim_{x\to-1} \frac{e^{x+1}-1}{x+1} =$

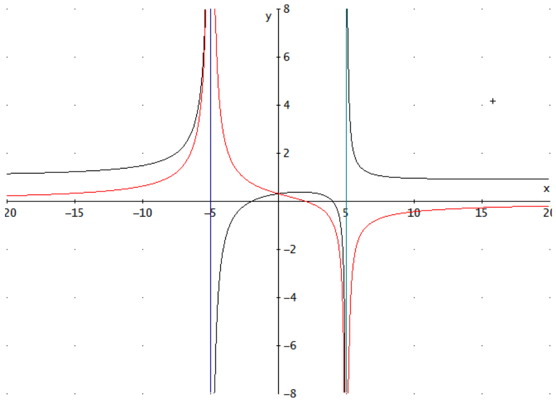
$\lim_{x\to 0} \frac{x^2 + \sin^2 x}{1-\cos x + 2sen^2 x} =$ $\quad \lim_{x\to 0} \frac{\ln(x+1)}{x^2 - x}$ $\quad \boxed{\lim_{x\to+\infty} (x-1)e^{-2x} =}$

Per poter applicare l'Hopital devo avere le forme indeterminate 0/0 o ∞/∞ o ad esse riconducibili. Il primo, il terzo, il quarto e il quinto si trovano già in questa forma, l'ultimo si può ricondurre a questa, mentre il secondo non è calcolabile con l'hospital perché sen2x non ha limite all'infinito e si usa il CONFRONTO.

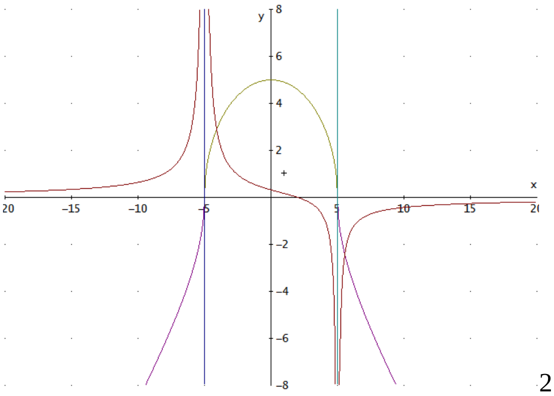
8. ***analizza il grafico a fianco: questo rappresenta il grafico della derivata prima di una funzione di cui si chiede di tracciare un grafico approssimativo illustrando le sue caratteristiche dedotte dal grafico disponibile.***



Dove la derivata è positiva la funzione è crescente, dove la derivata è negativa la funzione è decrescente e dove si annulla si ha max o min.. nel caso in esame ha un max in 2(circa). Nei punti ±5 la derivata è infinita: allora o la funzione è infinita (grafico n°1) o ha un flex a tangente verticale (grafico n°2) (non è una cuspide perché i segni sono uguali) a seguire i grafici relativi alle due possibilità



1



2